Lycée secondaires 9/04/1938 Sidi bouzid

Durée 2h

Classes: 3 ème Technique

Devoir de contrôle N°1 le11/11/2003

EXERCICE N°1

Pour x réel exprimer en fonction de $\cos x$ et $\sin x$ chacun des réels suivants:

$$A = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cos(2\pi - x) + \sin(x - \pi) + \cos(\pi - x)$$

$$B = \cos\left(\frac{5\pi}{2} - x\right) + \sin(-x + 3\pi) + \sin(\pi + x)$$

$$C = \cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + \sin\left(\frac{17\pi}{3} - x\right) - \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$$

EXERCICE N°2

Pour x réel tel que: $1 + \sin 2x \neq 0$, $\cos 2x \neq 0$ et $\cos x + \sin x \neq 0$

1- Montrer que $\dfrac{\cos 2x}{1 + \sin 2x} = \dfrac{1 - \sin 2x}{\cos 2x} = \dfrac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x}$

2- Pour $x = \dfrac{\pi}{8}$ et sans calculer $\cos\dfrac{\pi}{8}$ et $\sin\left(\dfrac{\pi}{8}\right)$ déduire que: $\cot g\left(\dfrac{\pi}{8}\right) = 1 + \sqrt{2}$

3- Transformer alors en $r\cos(x - \varphi)$ L'expression: $(1 + \sqrt{2})\cos x + \sin x$

EXERCICE N°3

Soit la suite U définie sur IN par: $\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = \dfrac{2}{5} U_n + 3 \end{cases}$

1- Calculer U_1 et U_2 puis vérifier que la suite U ni arithmétique ni géométrique

2- Montrer que pour tout $n \in IN$ on a: $U_n < 5$

3- On définie la suite V sur IN par: $V_n = U_n - 5$

a) Montrer que V est une suite géométrique de raison $\dfrac{2}{5}$

b) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n

c) Donner $\lim\limits_{n \to +\infty} V_n$ puis déduire $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$

d) Calculer en fonction de n: $S = \sum\limits_{k=0}^{n} V_n$ puis $S' = \sum\limits_{k=0}^{n} U_n$

EXERCICE N°4

1- Calculer les limites suivantes si elles existent

a) $\lim\limits_{x \to +\infty} \sqrt{2x+1} - \sqrt{x}$; b) $\lim\limits_{x \to -\infty} \sqrt{x^2+1} - \sqrt{x^2-1}$

c) $\lim\limits_{x \to +\infty} (x^2 - 3x^3 + 2x + 1)$; d) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{\sqrt{x} - 1}{x - 1}$

2- Soit f la fonction définie par: $\begin{cases} f(x) = 2x + 3 \text{ si } x \leq 0 \\ f(x) = a + \sqrt{x+1} \text{ si } x > 0 \end{cases}$

Déterminer a pour que f admette une limite en 0